

練習問題の解答で「略」になっている部分の詳細

[4.3] 付表2において、例えば  $P=0.025$  に対して  $k=1.960$  となっている。これは

$$0.025 = \Pr(u \geq 1.960)$$

を意味する。また、標準正規分布は0を中心に対称なので、

$$0.025 = \Pr(u \leq -1.960)$$

も成り立つ。2つの式を辺々加えると下記の1行目の式が成り立つ。1行目の式の再右辺の  $\Pr$  のかっこの中の両辺を2乗すると、2行目の式になる。

$$\begin{aligned} 0.05 &= \Pr(u \geq 1.960) + \Pr(u \leq -1.960) = \Pr(|u| \geq 1.960) \\ &= \Pr(u^2 \geq 1.960^2) = \Pr(u^2 \geq 3.84) \end{aligned}$$

すなわち、 $u^2$ の上側5%点は3.84である。一方、付表3より自由度1のカイ2乗分布の上側5%点は3.84である。両者は一致する。

$P$ のほかの値に対しても、上記の考察が成り立つ。したがって、標準正規分布に従う  $u$  の2乗  $u^2$  は自由度1のカイ2乗分布と一致することがわかる。

[4.4] 付表4の一番下の行を見る。自由度が  $\phi = \infty$  の  $t$  分布の両側  $100P\%$  点、すなわち、上側  $100(P/2)\%$  点が記載されている。例えば  $P=0.05$  の列を参照すると  $t(\infty, 0.05)$  の値として1.960と記載されている。これは、両側5%点、すなわち、上側2.5%である。一方、付表2より標準正規分布の上側2.5%点は1.960と記載されていて、両者は一致する。

$P$ のほかの値についても、

$\phi = \infty$  の  $t$  分布の両側  $100P\%$  点（上側  $100(P/2)\%$  点）＝標準正規分布の上側  $100(P/2)\%$  となるので、題意が確認できる。

[5.2] 付表4において、例えば  $P=0.05$ 、 $\phi = 5$  に対して  $t(5, 0.05) = 2.571$  となっている。これは

$$0.05 = \Pr(|t| \geq t(5, 0.05)) = \Pr(|t| \geq 2.571)$$

を意味する。2つの  $\Pr$  のかっこの中の両辺を2乗すると次式を得る。

$$0.05 = \Pr(t^2 \geq t(5, 0.05)^2) = \Pr(t^2 \geq 6.61)$$

一方、自由度  $(1, \phi) = (1, 5)$  の  $F$  分布の上側5%点は付表5-1より  $F(1, 5; 0.05) = 6.61$  である。すなわち、 $t(5, 0.05)^2 = F(1, 5; 0.05)$  が成り立つ。

$P$  や  $\phi$  のほかの値に対しても、 $t(\phi, P)^2 = F(1, \phi; P)$  の関係が成り立つ。したがって、題意を得る。