

柴・水上著「経営情報システム入門」—第2章補足資料
ゲーム理論

ゲーム理論って何だろう？

「経営情報システム入門」の第2章で見てきた意思決定理論では、意思決定者は一人であるという状況を取り扱ってきました。意思決定状況における入力を、意思決定者が操作可能な変数と操作不可能な変数に分け、それぞれを代替案、外乱と呼びました。しかし、意思決定状況においては複数の意思決定者が相互に関連しあう状況があります。例えば、次の例を考えて下さい¹。

同一商業ビル内で、同一の店舗規模の2店、店舗Aと店舗Bが携帯電話を販売しています。今期、2店舗とも新機種の携帯電話を同一価格で販売しており、ともに400万円の利益があります。この2店舗は、この新機種の携帯電話の来期の価格を現在のまま維持するか、あるいは引き下げるかどうかを検討しています。2店舗とも価格を維持した場合には、今期と同様400万円ずつの利益が見込まれますが、一方が引き下げて、もう一方が維持した場合、価格の低い方に顧客が流れるため、価格を引き下げた店舗は500万円に利益が増える一方で、維持した店舗は100万円の利益に減ってしまいます。2店舗ともに価格を引き下げた場合、新たな需要が生まれるものの、1台あたりの利益が減るため、ともに200万円の利益になるものとします。2つの店舗が、ともに自分の店舗の利益を大きくしたいという目的で、相手の決定を知らずに意思決定を行うとしたとき、それぞれ、どのような意思決定を行い、どのような結果がもたらされると予想できるでしょうか？

この例に見られるように、複数の意思決定者が、互いに自分の目的の達成のために、互いに関連し合っている状況のことを、ゲーム的状況と呼びます。ゲーム理論は、このように複数の意思決定者が互いに関連し合っているゲーム的状況を数学的に厳密に取り扱う理論です。ゲームという言葉から連想される多くのもの、たとえば、ポーカーのようなカードゲーム、将棋やチェスのようなボードゲームは、実はこのゲーム的状況の典型的な例になっていることに着目して下さい。例えば将棋では2人のプレイヤーが、ゲームに勝つという目的の達成のために、ゲームの進行に沿って、どのコマをどのように動かすかという意思決定を交互に行います。コマの動きである自分の手は、相手の駒の動き次第で良い手になったり悪い手になったりします。つまり、互いの意思決定が関連し合っているため、結果は一方のプレイヤーの意思決定だけでは決まりません。ゲーム理論というゲームとは、このようなゲーム的状況を数学的に厳密な取り扱いが可能な形にモデル化したものです。

ゲームのモデル

上記の価格引き下げ競争の例に見られるような基本的なゲームは、次の3つのものから構成されます。

1. プレイヤー

ゲームに参加して意思決定を行う意思決定主体のことです。プレイヤーとしては、人や企業や家計を考えます。

2. 戦略

プレイヤーにとって選択可能な選択肢のことです。意思決定理論では、代替案と呼んでいたものが、ゲーム理論では戦略と呼びます。

¹ この例は、参考文献 [1] にある「価格引き下げ競争」の例を、携帯電話の販売店の状況に則して翻案したものです。

3. 利得

各プレイヤーが戦略を選択してもたらされる結果を、数学的に厳密な取り扱いを可能にするために、それぞれのプレイヤーの望ましさ²として数値で表現したものです。

プレイヤーの数は有限である限り何人でもかまいません。上述の携帯電話販売店の価格引き下げ競争では、店舗Aと店舗Bがプレイヤーです。このように、プレイヤーの数が2人であるゲームを、2人ゲームと呼びます。一般に、プレイヤーの数がn人であるゲームを、n人ゲームと呼びます。

戦略は各プレイヤーに共通な場合もありますが、異なる場合もあります。価格引き下げ競争では、店舗A、Bともに戦略は、価格を維持する、価格を引き下げるの2つで共通でした。しかし、例えば、野球においてピッチャーとバッターが対戦する場合には、ピッチャーには「直球」、「変化球」の2つの選択肢が、バッターには、「打ちに行く」、「見逃す」の2つの選択肢が考えられ、それぞれの戦略は異なります。

上述の3つの要素から構成されるゲームを、ゲーム理論では戦略形(せんりゃくけい)ゲームと呼びます。戦略形ゲームでは、各プレイヤーが戦略を選択し同時に提示することで結果が決まる、いわばワンショットの一回限りのゲームですが、上述したような将棋のように、プレイヤーが繰り返し交互に意思決定を行うようなゲームもあります。さらには、プレイヤー同士が互いに提携して協力し合うような可能性を考慮に入れるゲームなど、さまざまなタイプのゲームがあります。ここで、さまざまなゲームの分類をしておきましょう。

ゲーム理論で取り扱うゲームには、大きく次の2種類があります。

1. 非協力ゲーム

2. 協力ゲーム

非協力ゲームでは、プレイヤーの間での協力や提携を考えず、プレイヤーは独立して自己の目的を達成しようとするのに対し、協力ゲームでは、プレイヤー同士が協力し合うことで、目的の達成が容易になったり、より大きな利得が得られる可能性を考えます。

それぞれの種類のゲームにおいて用いられる代表的なゲームの種類には、次のようなものがあります。

1. 非協力ゲーム

- 戦略形ゲーム

プレイヤーの意思決定が1回きりのゲーム。最も基本的なゲーム。

- 展開形ゲーム

プレイヤーの意思決定が、時間の経過に沿って複数回行われるゲーム。

2. 協力ゲーム

- 提携形ゲーム

プレイヤー間の提携(協力)を取り扱うゲーム。どのような提携が可能か、提携の結果得られた利得をどのように分配するかが問題となる。

本資料では、最も基本的なゲームである戦略形ゲームのみ取り扱います。他のタイプのゲームの分析は、戦略形ゲームで用いられる概念が使用されるため、ゲーム理論の基本としての戦略形ゲームの理解は欠かせません。

² 「プレイヤーの望ましさ」は、経済学では「効用」と呼ばれます。ゲーム理論での利得は、各プレイヤーの効用を、それぞれのプレイヤーの戦略の組み合わせに対応する形で、関数として表現したものです。後で例が出ますが、プレイヤーが二人で、しかもそれぞれのプレイヤーの戦略が有限個の場合には、この関数は表の形に表現できます(利得行列)。

表 1: 利得行列によるゲームの表現

(単位 百万円)

A \ B	維持	引き下げ
維持	4,4	1,5
引き下げ	5,1	2,2

上述のとおり、戦略形ゲームにおいては一般に n 人のゲームを考えます。つまり、プレイヤーの数は何人でも構いません。1人ゲーム、つまりプレイヤーが1人のゲームを考えることも可能ですが、複数のプレイヤーの相互作用を考えるのが本来のゲーム理論の目的ですので、1人ゲームを取り扱うことは通常ありません。本資料では取り扱いませんが、展開形ゲームの分析において、全体のゲームから一部のプレイヤーを他から切り離れた部分的なゲームを分析することがあり、このときに1人ゲームを取り扱うことがあります。しかし、これはあくまで全体のゲームを分析する過程において一時的に起こることで、もともとプレイヤーが1人しかいない意思決定状況をゲームとして取り扱うことは通常ありません。したがって、ゲーム理論で取り扱うのは、通常プレイヤーが2人以上のゲームということになります。当然のことながら、プレイヤーが多くなるにつれて、その取扱いは複雑になります。つまり、2人ゲームが最も簡単で基本的なゲームということになります。本資料では、以降、2人ゲームのみを扱いますが、3人以上のゲームを取り扱う場合でも基本は同じです。上述のとおり、いくつかあるゲームのタイプのうち、戦略形ゲームに議論を限定しますので、以降で取り扱うゲームはプレイヤーが2人の戦略形ゲームということになり、この種のゲームを、2人戦略形ゲームと呼びます。

2人戦略形ゲームでは、意思決定論における利得行列と同様に、ゲームの利得を表の形に表現できます。例えば、上述の携帯電話販売店の価格引き下げ競争は、表1の形に表現できます。

店舗Aの2つの戦略を行列の2つの行に、店舗Bの2つの戦略を行列の2つの列にそれぞれ割り当てています。それぞれ2つずつの戦略をもっているので、可能な戦略の組み合わせは全部で4つです。行列の該当するセル(ます目)には、それぞれのプレイヤーが該当する戦略を取った場合に得られる利得が、Aの利得が左に、Bの利得が右になるようにコンマで区切って書かれています。例えば、Aが価格を「引き下げ」、Bが価格を「維持」した場合、該当するセルには 5,1 という要素がありますが、これはAが利得として5百万円を、Bが利得として百万円を手に入れることを意味しています。この表も、意思決定理論の場合と同じく利得行列と呼ばれますが、2人のプレイヤーの利得を表す2つの行列を併記した形になっていることから、利得双行列と呼ばれることもあります。

2人戦略形ゲームでは、上記のような利得行列が与えられたとき、次の問いに答えようとしてみます。

1. 各プレイヤーがどのような意思決定(行動)をすべきか
2. ゲームはどのような結果にいたるか

支配戦略

皆さんが表1のプレイヤーAだとして、どちらかの戦略を選べといわれたら、どうしますか?これは、唯一の正解があるわけではありません。考え方によって、複数の回答が可能です。しばらく考えてみてください。

まず、ゲーム理論が示す1つの考え方を説明します。相手であるプレイヤーBがどちらの戦略を選ぶかは分からない前提で、維持するか引き下げるかを決めなければなりません。プレイヤーBが「維持」を選んだと仮定してみましよう。その場合、プレイヤーAである皆さんが、より大きな利得を得るためには、

価格を維持して4百万円を手に入れるよりも、価格を引き下げて5百万円を手に入れた方が望ましいでしょう。では、プレイヤー B が「引き下げ」を選んだ場合はどうでしょう？この場合も、プレイヤー A である皆さんは、価格を維持して百万円の利益しか手に入らないよりも、価格を引き下げて2百万円の利益を手にした方が望ましいでしょう。つまり、相手である B が「維持」、「引き下げ」のどちらの戦略を選んでも、プレイヤー A であるあなたは「引き下げ」を選んだ方が大きな利得が得られることが分かります。

似たような状況は、実は「経営情報システム入門」第2章で出てきました。覚えていますか？意思決定者の操作不可能な外乱が何であれ、代替案 α の方が代替案 β よりも大きな利得をもたらすとき、「代替案 α は代替案 β を支配する」といいました。この場合でも、プレイヤー A の戦略「引き下げ」は、戦略「維持」を支配しているといえます。

プレイヤー A にとっては、相手であるプレイヤー B の意思決定者を操作できないという点では、意思決定における外乱と同じです。したがって、この場合でも、相手の戦略に関わらずより良い結果をもたらす戦略があるならば、そちらの方が望ましいと考えるのは理にかなっています。戦略の間に、支配/被支配の関係がある場合には、支配される戦略を選択肢の候補から外すことができます。この例では、戦略が2つしかありませんから、支配される戦略「維持」を除いた結果、プレイヤー A は「引き下げ」を選ぶべき、という結論が得られます。このように、他のすべての戦略を支配するような戦略が存在するとき、この戦略を支配戦略といえます。支配戦略が存在する場合には、プレイヤーはその戦略を選択するのが合理的であると考えていいでしょう。表1のプレイヤー A の「引き下げ」は、他のすべての戦略（といってもこの場合は、他の戦略は「維持」という1つの戦略しかありませんが）を支配するので、支配戦略です。よって、プレイヤー A は「引き下げ」を選ぶべきであるという結論が得られます。

同じことはプレイヤー B についてもいえます。したがって、2人のプレイヤーが、自身の利得の最大化を目的に意思決定を行う場合、両者とも「引き下げ」を選択し、結果としてそれぞれ2百万円ずつを手に入れるという解が得られます。

囚人のジレンマ

1つの考え方を示しましたが、はたしてこれでいいでしょうか？利得行列をよく見てください。2人とも「引き下げ」で2百万円ずつ手に入れるよりも、両者にとってより望ましい結果が別にあることがわかります。仮に相手が「維持」を選ぶであろうと予想できて、それに対して「維持」で応じれば、ともにより大きな利得である4百万円が手に入るのです。この場合、必ずしも2人のプレイヤーが事前に相談するか、提携の取り決めをするといったことは必要ありません。相手が「維持」を選ぶという予想のもとで、単に「維持」で応じて協力すればいいだけです。

しかし、すでに見たように相手が「維持」すると予想できる場合には、「引き下げ」の方が自分にとって大きな利得が手に入るわけですから、「維持」で協力するべきか、あるいは裏切って「引き下げ」るべきかというジレンマに悩むことになります。この種のゲームを、ゲーム理論では「囚人のジレンマ型ゲーム」と呼びます。

囚人のジレンマという奇妙な名前がついているのには、理由があります。もともと、このゲームは、米国のシンクタンク³であるランド研究所にいたフラッド (M. Flood) とドレッシャー (M. Dresher) が考案したものに、同じくランド研究所のタッカー (A.W. Tucker) がストーリーをつけて定式化しました。もともとのストーリーは米国を舞台としているため、ここでは日本の状況に合わせて脚色したものを次に示します⁴。

³ シンクタンクとは、さまざまな政策立案や経済分析などを行う研究機関のことです。

⁴ オリジナルのストーリーでは、軽犯罪として「拳銃の不法所持」が使われたり、米国の司法制度である「共犯証言制度」が登場します。ここでは、日本での状況に合うように、変更を加えています。

表 2: 囚人のジレンマゲーム

A \ B	黙秘	自白
黙秘	6ヶ月, 6ヶ月	10年, 2ヶ月
自白	2ヶ月, 10年	8年, 8年

囚人のジレンマのストーリー

殺人の共犯容疑で逮捕された2人の容疑者が、別々の部屋で検事の取調べを受けている。検事は2人を別件の器物損壊罪で検挙できるだけの証拠を持っているが、殺人事件に関しては十分な証拠を持っておらず、検挙には容疑者の自白が必要である。

検事は2人の容疑者を別々の取調室に入れて、それぞれに次のように伝えた。

「お前たちの選択肢は、殺人容疑を認めるか、黙秘するか、の2つのうちのどちらかだ。もし2人とも黙秘すれば、器物損壊の軽犯罪のみで起訴され、6ヶ月の懲役刑ですむ。しかし、一人が黙秘したにもかかわらず、もう一人が自白した場合、自白した方は犯罪捜査に協力したことで罪が減刑されて、2ヶ月後に仮釈放されるが、黙秘した方は殺人罪が確定して10年の懲役刑を受ける。もし2人とも自白した場合には、2人とも殺人罪が確定するが、自白による減刑によって8年の懲役刑となる。」

この状況は、2人の容疑者をプレイヤーとする戦略形ゲームとして捉えることができます。2人のプレイヤーをそれぞれA, Bと表します。ともに、「黙秘」するか「自白」するかの2つの選択肢を持っているので、これら2つを戦略とします。別々の取調室に入れられていますから、相棒の顔色を伺ったり出方を見極めてから、戦略を選ぶことはできません。もちろん、目配せをしたり相談したりすることもできません。刑期を利得と考えると利得行列は表2のように表現できます。刑期は短いほど望ましいので、2人のプレイヤーは、ともにこの利得行列に示された刑期をなるべく短くしようという目的のもとで意思決定を行うこととなります。

皆さんが一方の容疑者だったとしたら、どうしますか？実は、「刑期が短いほど望ましい」という選好のもとで、このゲームは既に見た「価格引き下げ競争」と同様に一方の戦略「自白」が他方の戦略「黙秘」を支配しています。例えば、皆さんがAの立場に立ったとして、相手であるBが黙秘をしたとすると、自分が黙秘すると刑期は6ヶ月ですが、自白すると2ヶ月ですみますので、自白した方が望ましいということになります。相手が自白した場合も同じで、自分が黙秘すると刑期は10年ですが、自白すると8年ですみます。したがって、相手であるBが黙秘/自白のどちらを選んだ場合でも、自分は黙秘するよりも自白した方が望ましい結果が得られることがわかります。つまり、プレイヤーAの「自白」という戦略は「黙秘」という戦略を支配しています。プレイヤーBにとってもこれは同じですので、2人とも自分の刑期を短くしようとすると、ともに自白することが望ましいということになり、結果として2人とも8年の懲役刑を受けることとなります。しかし、仮に相手が黙秘してくれるだろうという期待のもとで、2人とも黙秘していれば、ともに6ヶ月の懲役刑ですむのです。ところが、これは既に確認したことです。相手が信頼できる相棒で、黙秘してくれると期待できる場合、自分は自白した方が刑期を短くできます。さらには、自分が黙秘したにも関わらず、相手が裏切って自白してしまった場合、10年もの懲役刑を受けてしまいます。プレイヤーはともに、相手の期待に黙秘で協力するか、あるいは期待を裏切って自白すべきかのジレンマに悩むこととなります。

このゲームの特徴は、プレイヤー一人一人が自己の利益を最大化しようとして行動する場合と、プレイヤー全体の利益を最大化しようとして行動する場合とで、選択すべき戦略が異なることです。このような

表 3: コイン合わせゲーム

(単位 円)

A \ B	表	裏
表	1,-1	-1,1
裏	-1,1	1,-1

「ジレンマ」的状況は、実は私たちの社会にたくさん存在します。その代表は、昨今の重要な問題である「地球環境問題」です。1997年に開かれた地球温暖化防止京都会議で、地球温暖化ガスの排出削減目標を定めた議定書が作られました。この議定書に合意すると経済的な損失が大きいと予想されることから、米国はこの議定書の批准を見送りました。地球全体の利益を考えれば、各国が温暖化ガスを削減する方が望ましいのにもかかわらず、自国の利益を優先させる立場から、削減目標を拒否するという選択をしたわけです。地球環境問題の解決には、もちろん、省エネルギー技術の開発は重要ですが、合わせて必要なのは、このような地球全体の利益と各国の利益とを調和させることができる意思決定をどのようにして引き出すかということです。このように自己の利益と全体の利益の調和をどのようにして図るかというのは、ゲーム理論の重要な課題の一つです。さらに詳しく知りたい人は、例えば文献 [1] を参考にしてください。

ゼロサムゲーム

ゲームの中には、特別な性質をもつものがあります。その代表がゼロサムゲーム、またはゼロ和ゲームと呼ばれるゲームです。次のようなゲームを考えましょう。

A と B の 2 人が、それぞれ手元に 1 円玉を持っています。2 人は 1 円玉の表か裏を相手に分からないように選んで、合図と同時に相手に見せます。もし、2 人ともが同じ面を出した場合には A の勝ちで、自分の 1 円玉を回収すると合わせて、相手の 1 円玉を手に入れることができます。もし、2 人の出した面が違っている場合には B の勝ちで、逆に B は場にある自分の 1 円玉と A の 1 円玉を合わせて手に入れることができます。

このゲームは、A、B がともにコインの表、裏の 2 つの選択枝を持ち、相手から得られる利益を利得と考えると、ゲーム的状況として捉えることができ、表 3 のような利得行列となります。

いずれのプレイヤーも、勝った場合には自分が投じた 1 円を回収した上で、相手の 1 円を手に入れるので、利得は 1 です。逆に負けた場合は 1 円を取られるわけですから、1 円の損失、つまり利得は -1 です。

この利得行列を見れば分かりますが、4 つの戦略の組み合わせ、いずれの場合でも、2 人の利得を足し合わせるとゼロになっていますね。勝った方が負けた方から 1 円を受け取るわけですから、一方の利得は他方の損失となります。つまり、常に利得の和はゼロになるはず。このように、プレイヤーの戦略の組み合わせすべてにおいて、プレイヤーの利得の和が常にゼロであるようなゲームを、ゼロサムゲーム、またはゼロ和ゲームと呼びます。「サム」というのは、和を表す英語 sum から来ています。

対して、表 1 にあるゲームは、ゼロサムゲームではありません。2 人の利得の和はゼロにはなっていないからです。しかもその和は、戦略の組み合わせによって変化することがわかります。

ゲーム理論の歴史

もともと、ゲーム理論のそもそもの出発は、この種のゼロサムゲームの分析から始まりました。「ゲーム理論」という名前が広く知られるようになったのは、1944年に、フォン・ノイマン⁵とモルゲンシュテルン⁶の共著による「ゲーム理論と経済行動」という著作が発表されてからです[2]。この著書の中で分析の対象となったのは、ゼロサムゲームでした。

フォン・ノイマンはゼロサムゲームにおいては、ゲームの解（各プレイヤーがどのような意思決定をすべきかという問いに対する解答のことです）が必ず存在することを数学的に証明しました。この定理は、「ミニマックス定理」と呼ばれ、ゲーム理論の出発点となった最も重要な定理の1つです。本資料の想定する範囲を越えますのでこれ以上の説明は省きますが、詳しく知りたい人は、例えば参考文献[1]を見てください。

練習問題

身の回りから、「囚人のジレンマ」と同様なジレンマ的状况の例を考えよ。可能なら、プレイヤー、戦略、利得がどうなっているかを考えよ。

参考文献

- [1] 武藤滋夫、「ゲーム理論入門」(日経文庫、経済学入門シリーズ)、日本経済新聞社、2001
- [2] ジョン・フォン・ノイマン、オスカー・モルゲンシュテルン著、武藤滋夫訳、「ゲーム理論と経済行動」刊行60周年記念版、勁草書房、2014

⁵ ジョン・フォン・ノイマン (John von Neumann, 1903-1957)、ハンガリー出身の数学者。アメリカに亡命し主にアメリカで活躍した。フォン・ノイマンは、ゲーム理論以外にもさまざまな分野で活躍した。現在使用されているプログラム内蔵型コンピュータの原理を考えたのも彼である。このことから、現在のコンピュータを、「フォン・ノイマン型コンピュータ」と呼ぶことがある。

⁶ オスカー・モルゲンシュテルン (Oskar Morgenstern, 1902-1977)、オーストリア出身の経済学者。